



$v't'$  ist die Größe der Uhr

$u$  ist die Relativgeschwindigkeit zwischen  $S$  und  $S'$ , und damit  $ut$  der Abstand zwischen  $S$  und  $S'$  aus Sicht von  $S$

$vt$  ist die zurückgelegte Strecke des Lichtes/Teilchens aus Sicht von  $S$ .

### 1. Lichtuhr

Geht man von einer Lichtuhr aus so sind  $v' = v = c$ . Der Satz des Pythagoras führt zu

$$(ct)^2 = (ct')^2 + (ut)^2$$

Teilen durch  $c^2$  und Umformung nach  $t'^2$  ergibt

$$t'^2 = t^2 \left( 1 - \left( \frac{u}{c} \right)^2 \right)$$

Und Wurzel ziehen

$$t' = t \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

Also

$$t' = \frac{t}{\gamma}$$

Die Lichtuhr dilatiert

## 2. Teilchenuhr

Ausgehend vom Pythagoras gilt allgemein

$$(vt)^2 = (ut)^2 + (v't')^2$$

$v$  kann mittels Lorentztransformation durch  $v'$  ersetzt werden. In diesem Fall ist wegen  $dx' = 0$  und  $v' = v'_y$  die Transformation einfach

$$v_y = \frac{v'}{\gamma}$$

Die Gesamtgeschwindigkeit  $v$  ist dann

$$v = \sqrt{u^2 + \left(\frac{v'}{\gamma}\right)^2}$$

Eingesetzt ergibt sich

$$\left(u^2 + \left(\frac{v'}{\gamma}\right)^2\right) \cdot t^2 = (ut)^2 + (v't')^2$$

Klammer auflösen

$$(ut)^2 + \left(\frac{v't}{\gamma}\right)^2 = (ut)^2 + (v't')^2$$

Nach Abzug von  $(ut)^2$  kann die Wurzel gezogen und  $v'$  herausgekürzt werden

$$t' = \frac{t}{\gamma}$$

Die Teilchenuhr dilatiert