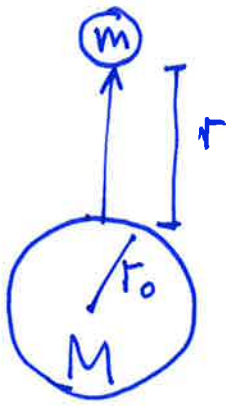


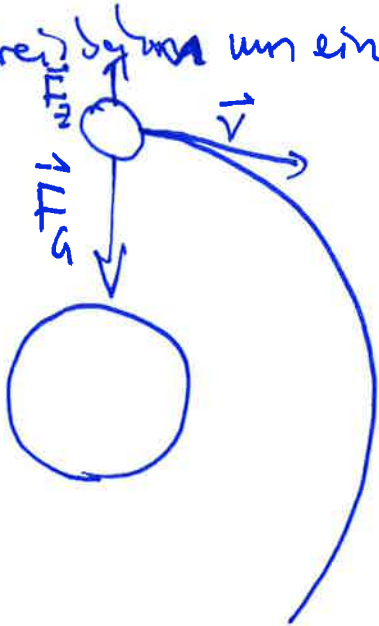
Energie die benötigt wird um eine Masse m von einer Masse M um r zu entfernen:



$$F_G(r) = \frac{GmM}{r^2}$$

$$E_{\text{pot}}(r) = \int_{r_0}^r F(r') dr' = \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r} \right) GmM$$

Energie die benötigt wird um eine Masse m auf einer stabilen Kreisbahn um eine Masse M zu halten:



Für eine stabile Bahn muss

$$|\vec{F}_Z| = |\vec{F}_G|$$

$$\Leftrightarrow \frac{m v^2}{r} = G \frac{m M}{r^2}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$E_{\text{kin}}(r) = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \frac{GmM}{r}$$

Gesamtenergie:

$$E_{\text{ges}}(r) = E_{\text{pot}}(r) + E_{\text{kin}}(r)$$

$$= \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r} \right) GmM + \frac{1}{2r} GmM = GmM \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r} + \frac{1}{2r} \right)$$

$$= GmM \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{2r} \right)$$

Für das Verhältnis von Masse m auf $r = 60000 \text{ km}$ zu $r = 384000$ mit $r_0 = 6370$ folgt

$$\frac{E_{6370-384000}}{E_{6370-60000}} = \frac{GMm \left(\frac{1}{6370} - \frac{1}{2 \cdot 384000} \right)}{GMm \left(\frac{1}{6370} - \frac{1}{2 \cdot 60000} \right)} \approx 1,0473$$

\Rightarrow Man braucht $\approx 5\%$ mehr Energie.