So poet ich schreib dir jetzt mal hier über die pdf zurück:

du sprichst immer nur von beträgen, aber was ist wenn du die vektoren bei behalten musst und dann die koordinaten transformierst? Es ist relativ einfach immer nur die beträge aus zu rechnen bei der srt, dafür braucht man keine theoretische physik, dass ist tatsächlich nur geometrische anschauung und dafür reicht der schulstoff bis klasse 10. aber hier mal ein direktes beispiel, das ich schon schrieb, abe rnun nochmal modifiziert, so das man es zwar immer noch geometrisch lösen könnte aber eleganter ist es aus diese art:

du hast einen stab der Länge L' , der sich im inertialsystem Σ' und im winkel θ' zur $x^{1\prime}$ -achse befindet. Du betrachtest aus deinem ruhenden Inertialsystem Σ diesen stab zum zeitpunkt t o.b.d.a. setzen wir $t=0$. Σ' bewegt sich nun längs der x^1 -achse mit der geschwindigkeit v und gesucht ist nun der winkel θ und die länge L . Mit der lorentz trafo, wobei c_l die LG ist, erhält man:

$$\begin{pmatrix} c_l t' \\ x^{1\prime} \\ x^{2\prime} \\ x^{3\prime} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_l t \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} \Rightarrow \mathit{mit}\; t=0 \;\; \mathit{und}\; x^{3\prime}=0 \;\mathit{für\ die\ die\ transformation:}$$

$$\begin{pmatrix} c_l t' \\ x^{1\prime} \\ x^{2\prime} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\beta\gamma x^1 \\ \gamma x^1 \\ x^2 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\mathit{mit}\; x^{1\prime}=\cos(\theta')\cdot L'=c'L';\; x^1=\cos(\theta)\cdot L=cL \;\; \mathit{und}\; x^{2\prime}=\sin(\theta')\cdot L'=s'L';\; x^2=\sin(\theta)\cdot L=sL$$

Daraus folgen zwei gleichungen A und B aus dehnen folgt:

$$A: \quad c'L'=\gamma cL \quad \mathit{und} \quad B: \quad s'L'=sL$$

$$\mathit{Aus\ B\ gilt:} \quad L=\frac{s'L'}{s} \quad \mathit{Setze\ nun\ B} \rightarrow A\mathit{,\ dann\ gilt:}$$

$$c'L'=\frac{\gamma cs'L'}{s} \quad \mathit{Durch\ Umformen\ erhält\ man:}$$

$$\tan(\theta)=\gamma\cdot\tan(\theta') \;\Rightarrow\; \theta=\arctan(\tan(\theta')\gamma)\ldots \mathit{daraus\ lässt\ sich\ jetzt\ leicht\ L\ ausrechnen.}$$

das beispiel lässt sich nun beliebig komplizierter machen, deutlich wird, das man hier von anfang an hätte geometrisch vor gehen können, da bräuchte man dann keine 4-vektoren, aber in schwierigeren fällen kommst du um eine konkrete transfomation nicht rum. Da die lorentz trafo aber nur bei der minkowski metrik so funktoniert, wie sieht hier deine transformationsmatrix aus?