1.

Für die Bewegungsgleichung in richtung positive x-richtung gilt

$$m\ddot{x} = -mg$$

mit den Startbedingungen $\dot{x}(0) = v_0$ und $x(0) = 0$ ergibt sich für

$$\ddot{x} = -g \quad \rightarrow$$

$$\dot{x} = -gt+C$$

$$x = -\frac{1}{2}gt^2+Ct+D$$

mit $x(0) = 0$ ergibt sich für D

$$x(0) = 0=D$$

und mit $\dot{x}(0)=v_0$ für C

$$\dot{x}(0)=v_0=C$$

daraus folgt der gesamtausdruck für x(t)

$$x(t) = -\frac{1}{2}gt^2+v_0t$$

und für die richtung in die negative x-richtung gilt folglich beim fallen die selbe bewegungsgleichung jedoch ohne den zweiten term, da in diesem fall $\dot{x}(0) = 0$, sowie mit poistiven vorzeichen im ersten term.

2.

für die zeit die das massestück braucht um bis zum höchsten punkt zu gelangen betrachten wir $\dot{x}(t)$ und schauen uns an wann die geschwindigkeit 0 wird. Dies gilt genau dann wenn gilt

$-gt+v_0 = 0 \rightarrow$ t_1 die zeit bis zur geschwindigkeit null $t_1 = \frac{v_0}{g}$

nun versucht man den beweis, dass die zeit zum fallen der selben entspricht wie der aufstiegszeit, indirekt zu erbringen, indem man in die beiden beweungsgleichungen a) und b) die zeit t_1 einsetzt und den jeweiigen weg den das massestück in dieser zeit zurück legt vergleicht. Es ergibt sich also

a) $x\left(\frac{v_0}{g}\right) = -\frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g}+\frac{v_0^2}{g} = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g}$

b) $x\left(\frac{v_0}{g}\right) = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g}$

aufgrund der gleichheit der ergebnisse folgt, dass die zeit zum aufstieg exakt der zeit entspricht die das massestück zum fallen benötigt.